



زمان ۴۵ دقیقه

درس ریاضی ۳

دبیر آکادمی فدوی

مبحث مشتق جامع

شماره آزمون ۱

نام و نام خانوادگی

۱ اگر $f(x)$ تابعی خطی باشد، در تابع $g(x) = (x+1)f(x)$ ، اختلاف آهنگ متوسط تغییرات در بازه $[-1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییرات در $x=1$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) نمی‌توان تعیین نمود.

۲ به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، خط به معادله $(a+3)x - ay = 3$ بر حداقل یکی از خطوط مماس بر منحنی $f(x) = 2\sqrt{x^2+2}$ عمود است؟

(۱) $\mathbb{R} - [-6, -2]$ (۲) $(-6, -2)$ (۳) $(-\infty, -6)$ (۴) $(-2, +\infty)$

۳ عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = (x^3 - 1)\log(x+9)$ در نقطه $x=1$ واقع بر نمودار f کدام است؟

(۱) -3

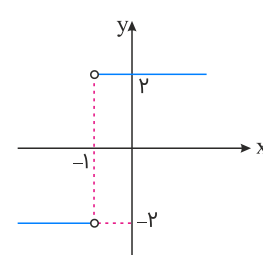
(۲) ۳

(۳) -1

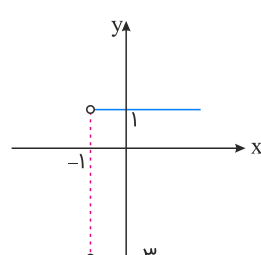
(۴) ۱

۴ اگر $f(x) = |2x+2| - x$ باشد، نمودار تابع f' کدام است؟

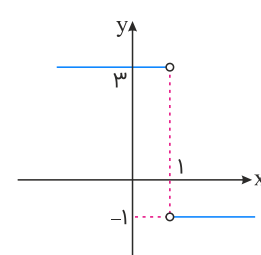
(۱)



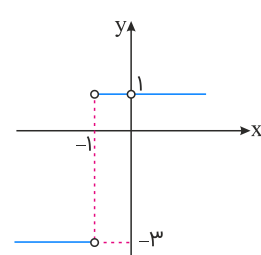
(۲)



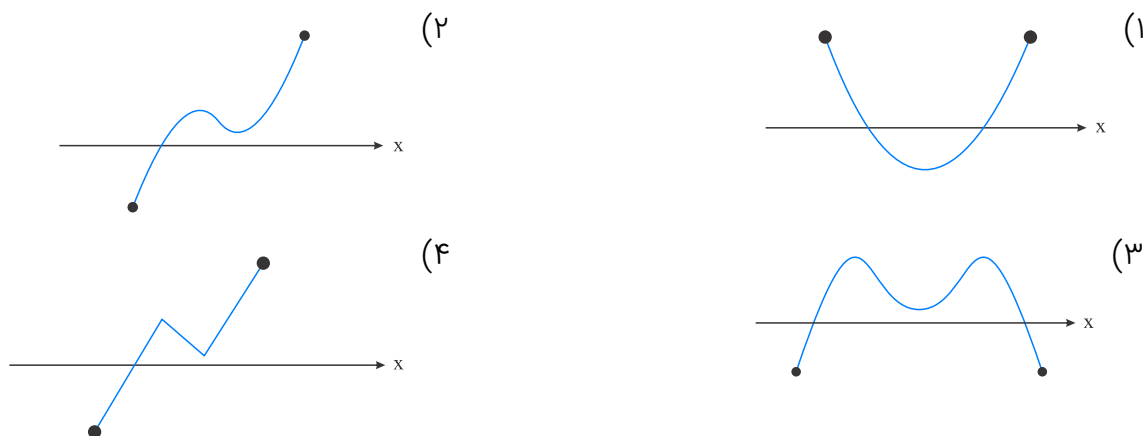
(۳)



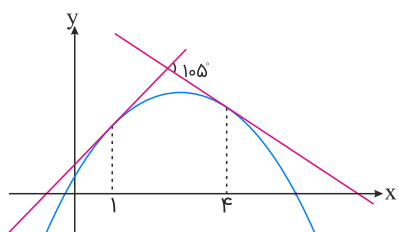
(۴)



در کدام یک از نمودارهای زیر دقیقاً ۲ نقطه وجود دارد که مقدار مشتق در آن‌ها صفر است؟



در نمودار زیر اگر $f'(1) = \sqrt{3}$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟



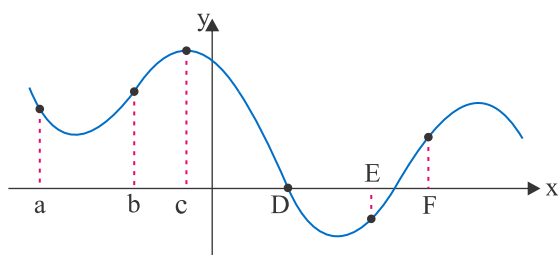
(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) -1

(۳) $-\sqrt{3}$

(۴) -2

در چند نقطه از شکل زیر، حاصل ضرب مقدار تابع در مشتق تابع، منفی است؟



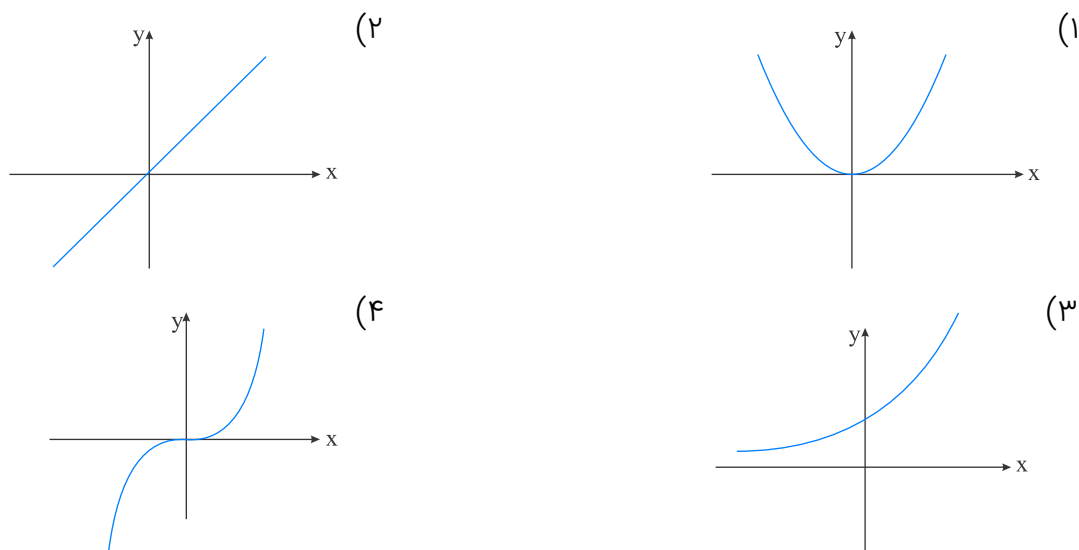
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) صفر

تابع f به گونه‌ای است که مقدار آن در هر نقطه با مشتق آن برابر است. کدام گزینه می‌تواند نمودار تقریبی این تابع باشد؟



مقدار مشتق تابع $y = \sqrt[3]{5x^2} - \sqrt{3x} + \sqrt{x} + 5$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{73}{96}$ (۲) $\frac{43}{96}$
(۳) $\frac{53}{96}$ (۴) $\frac{83}{96}$

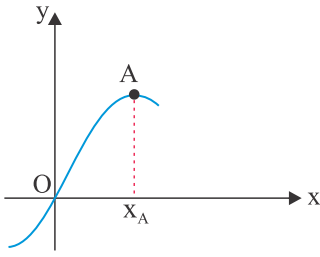
خط $y - 4x = 1$ در نقطه به طول ۳ بر منحنی $y = f(x)$ مماس شده است. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3+2h)}{6h}$ برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۱
(۳) -۲ (۴) -۱

کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) اگر f متناوب باشد، f' نیز متناوب است.
(۲) اگر f' متناوب باشد، f نیز متناوب است.
(۳) دوره تناوب f ، از دوره تناوب f' بزرگ‌تر یا مساوی است.
(۴) اگر f' متناوب نباشد، f نیز متناوب نیست.

نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. اگر شیب پاره خط OA برابر m_1 باشد، کدام رابطه درست است؟



(۱) $m_1 > f'(x_A) > f'(0)$

(۲) $f'(0) > m_1 > f'(x_A)$

(۳) $m_1 > f'(0) > f'(x_A)$

(۴) $f'(x_A) > m_1 > f'(0)$

اگر تابع $y = |4x^2 - mx + 1|$ در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر باشد و بدانیم در بازه $(\frac{1}{4}, +\infty)$ اکیداً صعودی است، حدود m کدام می باشد؟

(۲) $-4 \leq m \leq 2$

(۱) $-4 \leq m \leq 4$

(۴) $-2 \leq m \leq 2$

(۳) $-2 \leq m \leq 4$

آهنگ متوسط تغییرات تابع $f(x) = 3x - 2x^2$ در بازه $[a, b]$ برابر با ۴ است. اگر خط $y = mx - 3$ نمودار f را در دو نقطه به طول های a و b قطع کرده باشد، $a^3 + b^3$ کدام است؟

(۲) $\frac{13}{4}$

(۱) ۴

(۴) $-\frac{19}{8}$

(۳) $\frac{35}{8}$

اگر تابع $f(x) = (x^2 + bx + c)[\frac{x}{3}]$ در بازه $(4, 8)$ مشتق پذیر باشد، مقدار $b + 2c$ کدام است؟

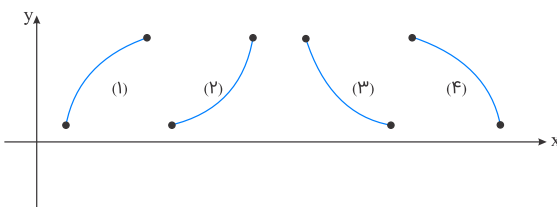
(۲) ۷۲

(۱) ۶۰

(۴) ۹۶

(۳) ۸۴

علی می تواند هریک از مسیرهای شکل زیر را برای پیاده روی انتخاب کند. او از کدام مسیر حرکت کند تا آهنگ تغییر لحظه ای و متوسط حرکت هر دو منفی باشد به طوری که در هر نقطه از مسیر قدر مطلق آهنگ لحظه ای بیشتر از آهنگ متوسط باشد؟



(۱) مسیر ۱

(۲) مسیر ۲

(۳) مسیر ۳

(۴) مسیر ۴

۱۷

تابع مشتق‌پذیر $f(t) = \sqrt[3]{t^3 + k}$ به شرط $k \in \mathbb{N}$ نشان‌دهندهٔ جمعیت جامعه در زمان t سال بعد است. دربارهٔ آهنگ رشد جمعیت در طی یک مدت‌زمان طولانی، کدام گزینه درست است؟

- (۱) ثابت و بسیار کم است. (۲) مثبت و بسیار کم است.
(۳) مثبت و بسیار زیاد است. (۴) بستگی به مقدار k دارد.

۱۸

اگر $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = (x^2 - 4)f(x)$ ، حاصل $g'(2)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -2
(۳) -4 (۴) موجود نیست.

۱۹

دو نقطه به طول‌های 2 و $2+k$ روی منحنی f قرار دارند. اگر شیب خط گذرنده از این دو نقطه برابر با $\frac{12-2k}{k+4}$ باشد، مقدار $f'(2)$ در صورت وجود کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -4
(۳) 3 (۴) 4

۲۰

اگر برای $x > 0$ داشته باشیم: $f(x) = x + \frac{x}{x + \frac{x}{x + \frac{x}{x + \frac{x}{\dots}}}}$ ، مقدار $f'(-2 + 2\sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) $1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
(۳) $1 - \frac{\sqrt{5}}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}(1 + \frac{\sqrt{5}}{2})$

۲۱

نمودار مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x-2}$ اطراف $x = 2$ چگونه است؟



۲۲ اگر $y = \sqrt[3]{4x+1}$ باشد، $y'y''$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $\frac{3}{4}$

۲۳ خط $2y - 3x = 3$ بر تابع f در نقطه‌ای به طول ۳ مماس است. حاصل $(ff') (3)$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۹
(۳) ۱۲
(۴) ۱۸

۲۴ اگر $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{\sqrt{x^3 - 5x}}$ ، $f'(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$
(۲) $\frac{5}{2}$
(۳) $\frac{5}{16}$
(۴) $\frac{5}{8}$

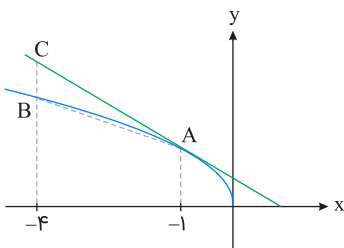
۲۵ در سهمی $y = 4x^2 - 8x + 3$ ، طول نقطه‌ای که شیب خط مماس بر آن، قرینه شیب خط مماس در نقطه‌ای به طول ۳ x می‌باشد، کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) -۲

۲۶ در تابع $g(x) = \frac{-2}{\sqrt{3x^4 - 2x^3}}$ ، مقدار $g'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) -۶
(۳) ۱۲
(۴) -۱۲

۲۷ در شکل زیر مماس در نقطه A روی منحنی تابع $f(x) = \sqrt{-x}$ رسم شده است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) ۲

۲۸

اگر $f(x) = [x]$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x) - f(\sqrt{2})}{x - \sqrt{2}}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) صفر

(۴) وجود ندارد.

۲۹

اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = \frac{a\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ در $x = 16$ برابر با $\frac{1}{40}$ باشد، آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[1, 4]$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{5}{18}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{7}{18}$

۳۰

آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 3\sqrt{4x+1}$ در بازه $[2, 2/001]$ کدام است؟

(۱) $3/001$ (۲) $2/001$ (۳) $2/999$ (۴) $1/999$